FACULDADE DE CIÊNCIAS
UNIVERSIDADE DO PORTO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Projecto Faraday
Soluções
Problemas do 12º ano

Departamento de Física
Faculdade de Ciências, Universidade do Porto
Fundação Calouste Gulbenkian

Ficha Técnica

Projecto de intervenção no ensino da Física no secundário.

Financiamento

Fundação Calouste Gulbenkian.

Execução

Departamento de Física, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

Escolas Participantes

- ES Filipa de Vilhena
- ES Fontes Pereira de Melo
- ES Garcia de Orta
- ES da Maia
- ES de Santa Maria da Feira

Coordenação

- J. M. B. Lopes dos Santos
- Manuel Joaquim Marques

Portal

URL: `http://www.fc.up.pt/faraday`

Conteúdo

Apêndice A

Soluções capítulo 1: o reino de Newton

A.1 Actividades, questões e problemas

A.1.1 Questões

—

A.1.2 Problemas

A.1. Se L for o raio da órbita, M a massa da Terra e v a velocidade orbital:

$$\begin{aligned} L &\sim 1{,}5 \times 10^{11}\,\mathtt{m} \\ M &\sim 6 \times 10^{24}\,\mathtt{kg} \\ v &\sim \frac{2\pi L}{T} \sim \frac{2\pi 1{,}5 \times 10^{11}}{365 \times 24 \times 60 \times 60} \sim 3 \times 10^{4}\,\mathtt{m}\,\mathtt{s}^{-1} \end{aligned}$$

$$MLv \sim 2{,}7 \times 10^{40} \sim 0{,}4 \times 10^{70} h$$

Clássico.

A.2.

(a) $v = \sqrt{2E_c/m_e} = \sqrt{2 \times 2 \times 10^4 \times 1{,}6 \times 10^{-19}/9 \times 10^{-31}} \sim 8 \times 10^7\,\mathtt{m}\,\mathtt{s}^{-1} v \sim 0{,}3c$.
Correcções relativistas já importantes.

(b) $v \sim 0{,}3c$;
lado de um pixel d;

$(1024\times d)^2+(768\times d)^2 = (17 \times 2{,}54)^2 \Rightarrow d \sim 3\times 10^{-4}\,\mathtt{m}$.

$$m_e L v \sim 8 \times 10^{-25}\,\mathtt{kg}\,\mathtt{m}^2\,\mathtt{s}^{-1} \sim 10^9 h$$

Clássico. Podíamos estimar v usando um fórmula relativista, mas a conclusão seria a mesma. Uma alteração de 10 ou 20% no valor de v não faz diferença.

A.3.

(a) Volume por molécula, V_{mol}:

$$\rho = \frac{m_{molecula}}{V_{mol}} = \frac{m_{molar}/N_0}{V_{mol}}$$

$$V_{mol} \sim \frac{m_{molar}}{\rho N_0} = \frac{18 \times 10^{-3}}{10^3 \times 6 \times 10^{23}} \sim 3 \times 10^{-29}\,\mathtt{m}^3$$

$$\begin{aligned} L &\sim V_{mol}^{1/3} \sim 3 \times 10^{-10}\,\mathtt{m}. \\ M &\sim \frac{18 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{23}} = 3 \times 10^{-26}\,\mathtt{kg} \\ v &\sim \sqrt{\frac{2E_c}{M}} = \sqrt{\frac{3k_BT}{M}} \sim \sqrt{\frac{3 \times 1{,}4 \times 10^{-23} \times 300}{3 \times 10^{-26}}} \\ &= 6 \times 10^2\,\mathtt{m}\,\mathtt{s}^{-1}. \end{aligned}$$

$$LMv \sim 6 \times 10^{-33} \sim 10h$$

Se quisermos definir trajectórias com precisões de 1% da velocidade típica, ou da distância entre moléculas, os efeitos quânticos podem começar a aparecer.

A.4. Se $v \ll c$ então $mv^2/2 \ll mc^2/2$. Mas se $x \ll y$, também $x \ll y/2$. Por isso podemos dizer que se $mv^2/2 \ll mc^2$ temos $v \ll c$.

(a)

$$\begin{aligned} m_\alpha c^2 &\sim \left(4 \times 10^{-3}/6 \times 10^{23}\right)\left(3 \times 10^8\right)^2 = 6 \times 10^{-7}\,\mathtt{J} \\ m_\alpha c^2 &= \frac{6 \times 10^7}{1{,}6 \times 10^{-19}} = 4{,}2 \times 10^{12}\,\mathtt{eV} = 4{,}2 \times 10^6\,\mathtt{MeV} \gg 5\,\mathtt{MeV} \end{aligned}$$

Não relativista.

(b)

$$
\begin{aligned}
m_e c^2 &= 9 \times 10^{-31} \left(3 \times 10^8\right)^2 = 8{,}1 \times 10^{-15}\,\mathtt{J} \\
m_e c^2 &== \tfrac{8{,}1 \times 10^{-14}}{1{,}6 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^5\,\mathtt{eV} = 0{,}5\,\mathtt{MeV} \ll 5\,\mathtt{MeV}.
\end{aligned}
$$

Relativista!

Apêndice B

Soluções do capítulo 2: o programa Newtoniano

B.1 Actividades, questões e problemas

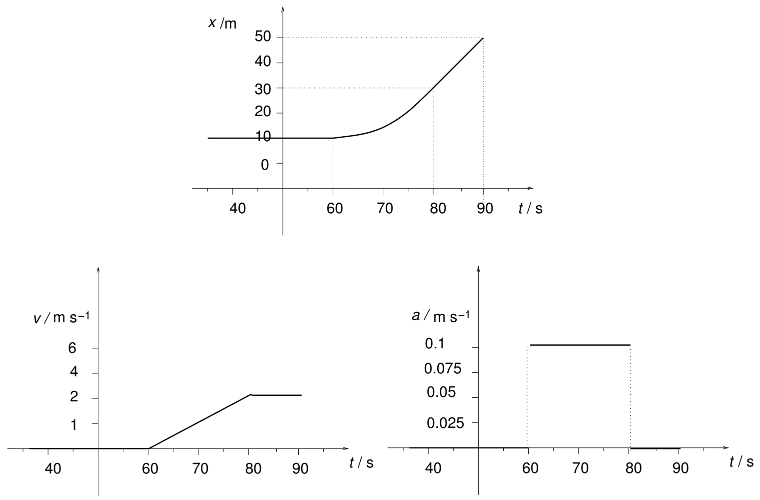
B.1.1 Actividades

—

B.1.2 Questões

B.1.

(a)

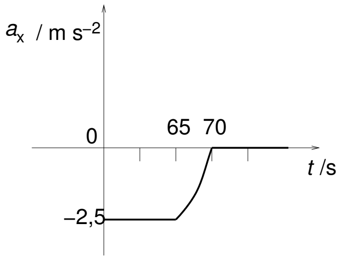


(b) Não. A aceleração média $\Delta v/\Delta t$, no intervalo de tempo $[60, 80]$ é a mesma do movimento representado a cheio. Se a aceleração fosse constante, teria que ter o mesmo valor que no movimento representado a cheio e os gráficos de $x(t)$ seriam coincidentes.

B.2.

(a) $t < 70\,\mathsf{s}$.

(b)



(c) Resultante nula.

B.3. Não. Se $\vec{v}$ varia de direcção, $\Delta\vec{v}$ não é zero e $\Delta\vec{v}/\Delta t$ também não.

B.4. Como a aceleração tem a direcção da força, a aceleração normal (projecção de $\vec{a}$ na perpendicular à velocidade) tem o sentido errado: está dirigida para o exterior da curva.

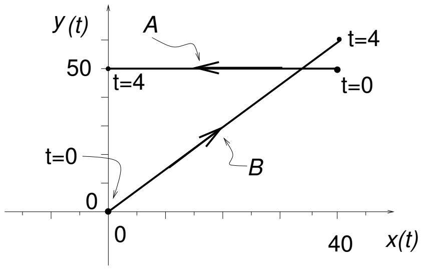
B.5.

(a) A da esquerda (com mola). A esfera da esquerda tem uma aceleração superior a g por causa da força exercida pela mola, que tem sentido do peso. Até chegar ao comprimento de repouso, l_0, a mola está comprimida e exerce um força de sentido descendente.

(b) Não. A força exercida pela mola varia com a posição da esfera. Logo a resultante das forças aplicadas à esfera e a aceleração da mesma não são constantes.

B.6.

(a)



(b) Não. Para que colidissem teríamos que ter $x_A(t) = x_B(t)$ **e** $y_A(t) = y_B(t)$ **para o mesmo valor de** t.

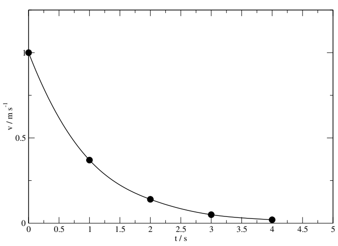
B.7.

(a)

$t_1/\mathtt{s}$	$t_2/\mathtt{s}$	$a_m/\mathtt{m\,s}^{-2}$
0	1	-0,63
1	2	-0,23
2	3	-0.09
3	4	-0.03

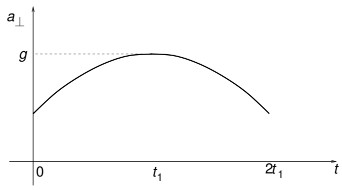
A aceleração média não é constante.

(b)



A velocidade não varia linearmente com t.

B.8.



(a) No ponto de altura máxima $\vec{a} = \vec{a}_\perp = -g\hat{\mathbf{j}}$. Em geral $a_\perp = g\cos\theta$ em que θ é o ângulo de $\vec{v}$ com a direcção horizontal.

(b) $R = v^2/a_\perp$. Quanto mais alto estiver o projéctil menor é v e maior é $a_\perp$: logo menor é R. A trajectória tem mais curvatura (menor R) junto ao ponto de altura máxima.

B.9.

(a) Decorre.

(b) Decorre.

(c) Decorre.

(d) Não decorre.

B.1.3 Problemas

B.1.

(a) 1,43 s.

(b) 1,38 s.

(c) 0,1 s; 1,48 s.

B.2.

(a)

$$\begin{aligned} x(t) &= t^2 + x_0, \qquad x_0 = 2\,\mathtt{m}; \\ y(t) &= 4t + y_0, \qquad y_0 = -2\,\mathtt{m}. \end{aligned}$$

(b) $\vec{a} = 2\hat{\mathbf{i}}$; $a = 2\,\mathtt{m}\,\mathtt{s}^{-1}$.

B.3.

(a) Sim.

(b) 45º.

(c) $\vec{r}(20) = 40\hat{\mathbf{i}} + 40\hat{\mathbf{j}}$; $|\vec{r}| = 40\sqrt{2} = 56{,}6\,\mathtt{m}$.

(d) $\vec{a} = 0$.

B.4.

$$x(t) = \begin{cases} 10 & t < 60; \\ 10 + 0{,}05(t-60)^2 & 60 < t < 80; \\ 30 + 2(t-80) & t > 80; \end{cases}$$

$$v_x(t) = \begin{cases} 0 & t < 60; \\ 0{,}1(t-60) & 60 < t < 80; \\ 2 & t > 80; \end{cases}$$

$$a_x(t) == \begin{cases} 0 & t < 60; \\ 0{,}1(t-60) & 60 < t < 80; \\ 2 & t > 80; \end{cases}$$

B.5. $a_x = 20\,\mathtt{m\,s}^{-2}$;

$t < 0{,}5\,\mathtt{s}$	$t = 0{,}5\,\mathtt{s}$	$t = 2\,\mathtt{s}$
$a_x = 20\,\mathtt{m\,s}^{-2}$	—	$a_x = 0$
$v_x = 20t$	$v_x = 10\,\mathtt{m\,s}^{-1}$	$v_x = 10\,\mathtt{m\,s}^{-1}$
$x(t) = 10t^2$	$x = 2{,}5\,\mathtt{m}$	$x = 17{,}5\,\mathtt{m}$

$\vec{r}(2) = 17{,}5\hat{\mathbf{\imath}}$; $\vec{v}(2) = 10\hat{\mathbf{\imath}}$.

B.6.

(a) $480\,\mathtt{N}$.

(b) $1{,}2\,\mathtt{m\,s}^{-1}$.

B.7.

(a) $\vec{F}$ tem sentido oposto de $\vec{v}$.

(b) $4{,}25\,\mathtt{s}$.

(c) $x(t) = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 = 25t - 2{,}94t^2$; $d_{\mathtt{trav}} = 53\,\mathtt{m}$.

B.8.

(a) $F = \mu_c mg \propto m$, logo $a = F/m$ independente de m. Corpos de massa diferente têm a mesma aceleração. Para a mesma velocidade inicial pararão na mesma distância.

(b) $d_{\mathtt{trav}} = 16{,}4\,\mathtt{m}$ para $v = 50\,\mathtt{km\,h}^{-1}$. A esta velocidade não poderia deixar marcas de $20\,\mathtt{m}$. Condutor mente ou está enganado. Velocidade inicial excedia o limite.

B.9. Eixo Ox horizontal, eixo Oy vertical ascendente e origem na posição da primeira esfera.

(a)

Esfera da esquerda	Esfera da direita
$x_1(t) = v_0\text{t}$	$x_2(t) = d$
$y_1(t) = -gt^2/2$	$y_2(t) = -gt^2/2$

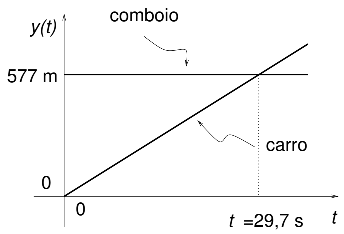
(b) Sim, em $y = -1{,}225\,\mathtt{m}$.

(c) Não. Quando $x_1 = d$, $y_1 = -1{,}225\,\mathtt{m}$, mas $y_2 = -0{,}784\,\mathtt{m}$ ($y_2(t) = -g(t - 0{,}1)^2/2$).

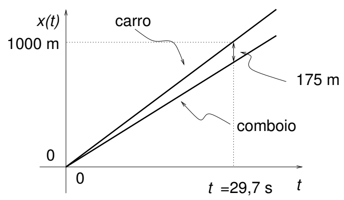
B.10.

(a) Ox paralelo à linha de comboio, origem na posição do carro.

(b)



(c)

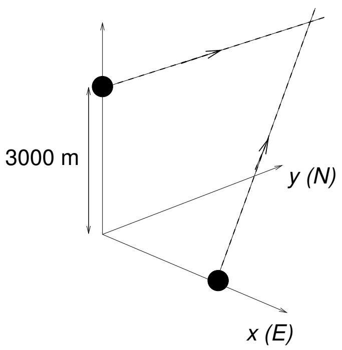


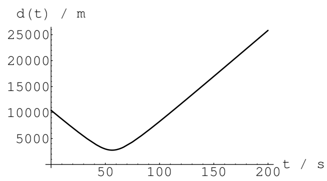
Quando o carro chega à linha, a frente do comboio ainda está a 175 m de distância do cruzamento.

B.11.

avião 1	avião 2
$z_1(t) = 3000$	$z_2(t) = 10t$
$y_1(t) = 200t$	$y_2(t) = 177t$
$x_1(t) = 0$	$x_2(t) = 10^4 - 177t$

$$d(t) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$





A distância mínima ocorre à volta de $t \sim 56\,\mathtt{s}$ e vale cerca de 2,8 km.

(a) Se quiserem evitar uma proximidade de $\sim 3\,\mathtt{km}$, tem menos de um minuto para corrigir a rota.

B.12.

(a) $99\,\mathtt{km\,h}^{-1}$.

(b) 9,5 m acima do solo.

Apêndice C

Soluções do capítulo 3: forças e ligações

C.1 Actividades, questões e problemas

C.1.1 Actividades

—

C.1.2 Questões

C.1.

(a) Não. É máxima no ponto de altura mínima e mínima no ponto de altura máxima.

(b) Varia. No ponto de altura mínima vale

$$\frac{mv_{\mathtt{max}}^2}{R} + mg$$

e no ponto de altura máxima,

$$\frac{mv_{\mathtt{min}}^2}{R} - mg.$$

C.2. Porque a força exercida sobre nós pela base do balouço é

$$\frac{mv_{\mathtt{max}}^2}{R} + mg > mg$$

Logo exercemos sobre o assento do balouço uma força maior que o nosso peso.

C.3. Não tem unidades, pois é uma razão de duas forças. O seu valor não depende do sistema de unidades.

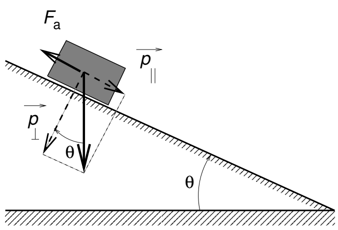
C.4. Aumenta a reacção normal N da estrada sobre o carro e portanto o valor máximo da força de atrito:

$$F_{\mathtt{max}} = \mu N.$$

O carro só pode manter-se numa curva de raio R se

$$m\frac{v^2}{R} < F_{\mathtt{max}}.$$

Se $F_{\mathtt{max}}$ é maior, a velocidade pode ser maior.

C.5. 

(a) Começam a deslizar ao mesmo tempo. O peso das caixas tem uma componente paralela ao plano inclinado e as caixas começam a mover-se se $p_{\|}$ for superior ao valor máximo de força de atrito, $\mu N = \mu p_{\perp}$. Como quer N quer $p_{\|}$ são proporcionais à massa, a condição

$$p_{\|} = \mu p_{\perp}$$

verifica-se para o mesmo ângulo, independentemente da massa.

(b) O valor da força de atrito é o valor máximo e é proporcional ao peso de cada caixa. A força de atrito é maior na caixa mais pesada.

C.6.

(a) A força que cancela o peso é a força de atrito dos dedos na superfície lateral. À medida que o peso aumenta, podemos ter que aumentar o valor máximo da força de atrito para impedir o recipiente de escorregar. Para isso aumentamos a reacção normal da parede do copo, apertando os dedos.

C.7. Se os livros estão comprimidos, as faces laterais de cada livro exercem um força normal sobre as capas dos livros vizinhos. Quanto maior for esta força maior será o valor máximo da força de atrito estático; maior é a força que temos que exercer para conseguir puxar um livro para fora da estante.

C.8. As forças sobre o bloco paralelas à superfície de plano inclinado são a componente paralela do peso, $p_{\|} = mg\sin\theta$, e a força de atrito cinético $F_a = \mu_c N = \mu_c mg\cos\theta$. Estas forças têm direcções opostas e a aceleração do bloco terá módulo

$$a = g(\mathrm{sen}\theta - \mu_c \cos\theta)$$

Se medirmos o tempo que demora a escorregar e a distância percorrida, podemos calcular a aceleração. Conhecendo θ, obtemos μ_c.

C.9. A componente paralela do peso opõe-se à subida. A força de atrito F_a tem que ter intensidade igual ao superior ao peso para que o carro suba. Ora

$$p_{\|} = mg\mathrm{sen}\theta = m \times 0{,}5g$$

e

$$F_{max} = \mu mg\cos\theta = m\mu\frac{\sqrt{3}}{2}g = m \times 0{,}52g.$$

O carro sobe, mas muito à justa! Pouco seguro.

C.10. Ver figura C.1

C.1.3 Problemas

C.1.

(a) Se v fosse constante, $v = 2\pi fR$.

$$T_{\mathtt{max}} = m\frac{v^2}{R} + mg = 88{,}8\,\mathtt{N}$$

$$T_{\mathtt{min}} = m\frac{v^2}{R} - mg = 69{,}2\,\mathtt{N}$$

(b) Como v varia, $v_{\mathtt{min}} < 2\pi fR < v_{\mathtt{max}}$.

$$T_{\mathtt{max}} = m\frac{v_{\mathtt{max}}^2}{R} + mg > m\frac{(2\pi fR)^2}{R} + mg = 88{,}8\,\mathtt{N}$$

$$T_{\mathtt{min}} = m\frac{v_{\mathtt{min}}^2}{R} - mg < m\frac{(2\pi fR)^2}{R} - mg = 69{,}2\,\mathtt{N}.$$

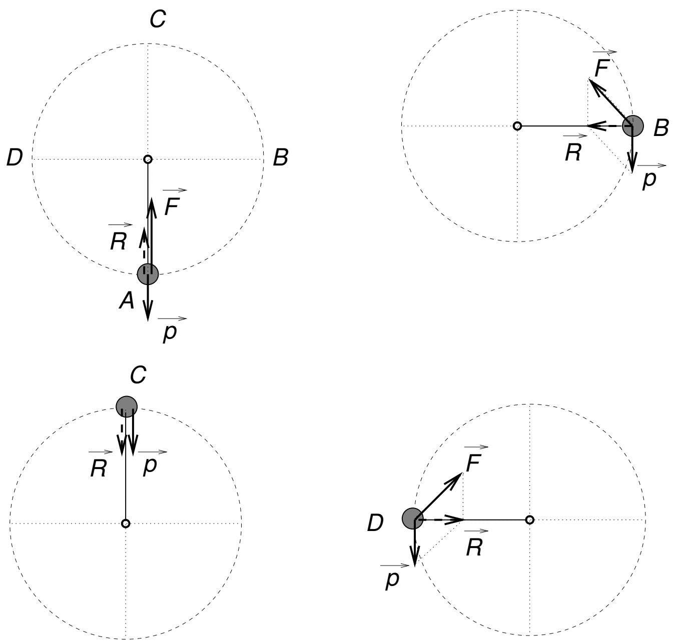


Figura C.1: Diagrama de forças para um disco que realiza movimento circular uniforme no plano vertical: $\vec{p}$ é o peso, $\vec{F}$ é a força exercida pela vara e $\vec{R} = \vec{p} + \vec{F}$ é a resultante, com a direcção e sentido da aceleração normal. Como o módulo da velocidade não varia, a aceleração tangencial é nula. A vara tem que "ajudar" a subida em B e "travar" a descida em D para manter o módulo da velocidade constante.

C.2.

(a) $F_a = mg\text{sen}\theta = 1{,}57 \times 10^4\,\texttt{N}$; Esta força é menor que o valor máximo da força de atrito,$F_{\texttt{max}} = \mu mg\cos\theta = 1{,}37 \times 10^5\,\texttt{N}$. A força exercida no camião é F_a.

C.3.

(a) $88{,}8\,\texttt{N}$

C.4.

(a) $6{,}94\,\texttt{m}\,\texttt{s}^{-2}$;

(b) A força que acelera o carro é a força de atrito com a estrada. $a_{max} = 6,86\,\texttt{m}\,\texttt{s}^{-2}$.

(c) $t_{\texttt{min}} = 4{,}05\,\texttt{s}$.

C.5.

$$R_{\texttt{min}} = \frac{v^2}{\mu g} = 162\,\texttt{m}.$$

C.6.

(a) $\mu_c = v^2/(2gd) = 0{,}64$.

(b) Não. Falta a massa do rapaz: $E_{\texttt{diss}} = mv^2/2$.

C.7.

(a) $p_{\|} = mg\text{sen}\theta$; $a_{\|} = p_{\|}/m = g\text{sen}\theta$.

(b) $3{,}2\,\texttt{s}$.

(c) $12{,}5\,\texttt{m}\,\texttt{s}^{-1}$.

C.8.

(a) $16{,}8\,\texttt{m}\,\texttt{s}^{-1} \approx 60\,\texttt{km}\,\texttt{h}^{-1}$.

(b) $N = mg/\cos\theta$. Falta a massa do ciclista+bicicleta.

C.9.

(a) $3\,\texttt{m}\,\texttt{s}^{-2}$.

(b) $\mu_c = 0{,}22$.

C.10.

(a) $N = 5mg$. O peso é o de uma pessoa com $250\,\mathtt{kg}$.
(b) Menos.
(c) O mesmo.

C.11.

(a) $p_{\|} = mg\text{sen}\theta$; $F_a = \mu_c N = \mu_c mg\cos\theta$; $a = (F_a - p_{\|})/m$.
$$a = g\left(\mu_c \cos\theta - \text{sen}\theta\right)$$
em que μ_c é o coeficiente de atrito cinético.
(b)
$$a = g\left(\mu_c \cos\theta + \text{sen}\theta\right)$$

C.12.

(a) $0,98\,\mathtt{N}$.
(b) 0,76 N.

C.13.

(a) $mv^2/R = 2467\,\mathtt{N}$.

C.14.

(a) 47,4 $\mathtt{m\,s^{-2}}$
(b) 30,6 cm.
(c) 12,1 N.

C.1.4 Desafios

—

Apêndice D

Soluções do Capítulo 4: fluidos

D.1 Actividades, Questões e Problemas

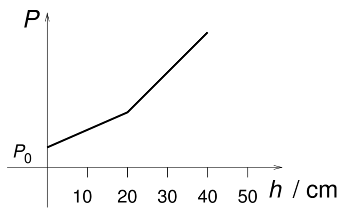
D.1.1 Actividades

D.1. —

D.1.2 Questões

D.1. Deitado de lado.

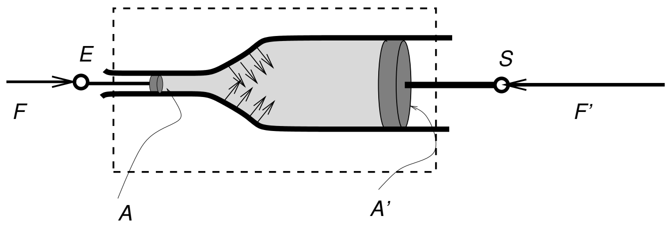
D.2.



Variação de pressão com profundidade.

D.3. Mediu a altura da coluna de óleo, h_1 e da coluna de água, no outro braço, **acima do nível da superfície de separação água óleo**, h_2: $\rho_{\texttt{oleo}}/\rho_{\texttt{agua}} = h_2/h_1$.

D.4. Falta a força que as paredes do recipiente exercem sobre o líquido (reacção às forças de pressão). Na região onde o diâmetro do recipiente aumenta estas forças têm componente não nula na direcção e sentido de $\vec{F}$.



D.5. Ocupa o volume de 30 000 toneladas de água ou seja, 30 000 $\mathtt{m}^3$.

D.6. Não: o peso da rolha e o peso do volume deslocado de água continuam a ser iguais na Lua, mas têm um valor menor que na Terra, pois a aceleração da gravidade é menor. O volume imerso é o mesmo pois só depende a massa volúmica da água e da cortiça, não da aceleração da gravidade:

$$\rho_{\mathtt{cort}} V_{\mathtt{rolha}} g = \rho_{\mathtt{agua}} V_{\mathtt{imerso}} g \Rightarrow V_{\mathtt{imerso}} = \frac{\rho_{\mathtt{cort}}}{\rho_{\mathtt{agua}}} V_{\mathtt{rolha}}$$

D.7. Mantém-se: o peso de um volume de água igual ao volume imerso do gelo é o peso do cubo de gelo (princípio de Arquimedes). Quando o cubo funde, a água líquida correspondente tem o mesmo peso do cubo, logo ocupa exactamente o que era o volume imerso de gelo.

D.8. Porque a força de impulsão é determinada por diferenças de pressão entre alturas definidas pelas dimensões do corpo. Entre duas alturas h e $h+\Delta h$, a variação de pressão é $-\rho g \Delta h$ e não depende de h.

D.9.

(a) Esqueceu-se que, depois de movimentar a primeira carga, a sala das comportas ficou cheia de água. Para movimentar a segunda carga tem que esvaziar essa sala.

(b) Comparando a situação da água do lago com a sala de comportas cheia e vazia, vemos que temos que tirar um volume de água igual ao volume da sala e transportá-la para a superfície do lago. Gastamos uma energia $m_a g h$ em que m_a é a massa de água na sala. Como a massa volúmica da água tem que ser superior à da carga (senão esta não flutua) m_a é necessáriamente superior à massa de cortiça e $m_a g h > 50\,000\ \mathtt{J}$. Logo gastamos mais energia para esvaziar a sala de comportas do que a que ganhamos ao descer a carga de cortiça!

D.1.3 Problemas

D.1. $F > 3P_0A/4 = 589\,\mathtt{N}$.

D.2.

(a) $2{,}04 \times 10^4\,\mathtt{N}$, se $P \ll P_0$, no interior da esfera.

(b) $2{,}04 \times 10^4\,\mathtt{N}$. A resultante das forças de pressão num hemisfério tem que ser a mesma que na tampa plana, ou o sistema não estaria em equilíbrio.

D.3. $\rho_{agua} \times (4V/5) = \rho_{madeira} \times V \Rightarrow \rho_{madeira} = 4\rho_{agua}/5 = 0{,}8 \times 10^3\,\mathtt{kg\,m}^{-3}$.

D.4.

(a) $m = \rho_{agua} \times 3 \times 0{,}15 = 450\,\mathtt{kg}$; $mg = 4410\,\mathtt{N}$.

(b) $\rho_{agua} \times 3 \times 0{,}40 - m = 750\,\mathtt{kg}$.

D.5. $r = R(1 - \rho_a/2\rho_{Fe})^{1/3} = 29{,}4\,\mathtt{cm}$.

D.6. É próxima da da água. $V = 80/10^3 = 0{,}08\,\mathtt{m}^3 = 80\,\mathtt{l}$.

D.7. $t = 0{,}18\,\mathtt{s}$;$v = 21{,}5\,\mathtt{m\,s}^{-1} = 77{,}8\,\mathtt{km\,h}^{-1}$.

D.8.

(a) $356\,\mathtt{g}$. $0{,}444 \times g = 4{,}35\,\mathtt{N}$.

(b) $800\,\mathtt{g}$.

D.9.

(a) 9,7%.

(b) $0{,}256\,\mathtt{N}$.

(c) Flutua. $1{,}4 \times 10^{-3} \times g = 1{,}37 \times 10^{-2}\,\mathtt{N}$.

Apêndice E

Soluções do capítulo 5: fluidos em movimento

E.1 Actividades, questões e problemas

E.1.1 Actividades

—

E.1.2 Questões

E.1. Não, porque tem um cruzamento. Sim.

E.2.

(a) As bóias deslocam-se na direcção da corrente, mas quanto mais próximas do centro maior é o deslocamento. As bóias muito próximas da margem quase se não deslocam. Não: definem uma curva cujos extremos junto à margem quase se não deslocam, mas que avança no centro com o decorrer do tempo.

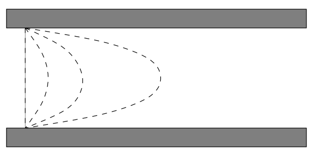


Figura E.1: As bóias desenham uma linha cada vez mais encurvada.

E.3. Devido ao campo gravítico a velocidade da água aumenta à medida que a água desce e diminui à medida que a água sobe.

(a) Como fluido é incompressível o diâmetro diminui se a velocidade aumentar, para que o caudal se mantenha. Assim, o diâmetro do fio de água diminui com a diminuição de altura.

(b) A velocidade da água diminui à medida que a altura aumenta. Logo o diâmetro do jacto aumenta com a altura.

E.4. $Q = v \times A = v' \times A'$; se $A' = A/10$,$v' = 10 \times v = 10\,\mathtt{cm\,s}^{-1}$.

E.5.

(a) Não: o líquido não está em repouso.

(b) $P_0 + 0 + 0 = P_0 + \rho v^2/2 - \rho g h \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$.

E.6. Com a abertura do para-quedas aumenta a área da secção recta. Como a velocidade terminal é dada por (a impulsão do ar é desprezável),

$$F_n = mg,$$

ou

$$v_t = \sqrt{\frac{mg}{C_D \rho_f A/2}}$$

se A aumenta, v_t diminui.

E.1.3 Problemas

E.1.

(a) $Q = \left(\pi d^2/4\right)\sqrt{2gh} = 5{,}5 \times 10^{-5}\,\mathtt{m}^3\,\mathtt{s}^{-1} = 3{,}3\,\mathtt{l}\,\mathtt{min}^{-1}$

(b) $1156\,\mathtt{s}$=$19{,}3\mathtt{min}$;

(c) Demora mais, pois h diminui à medida que o balde esvazia; logo o caudal também diminui.

E.2.

$$\begin{aligned} P + \rho v^2/2 &= P_0 + \rho(10 \times v)^2/2 \\ P - P_0 &= \frac{\rho}{2}(100 - 1)v^2 = 4{,}95\,\mathtt{Pa} \\ F &= (P - P_0)\,A = 8{,}7 \times 10^{-5}\,\mathtt{N} \end{aligned}$$

É preciso uma força muito maior que esta, na realidade; a força deve ser dominada por forças de atrito do êmbolo contra a a parede da seringa e de viscosidade da água na parte estreita da seringa.

E.3.

(a) $P - P_0 = 1{,}96 \times 10^4\,\mathtt{Pa} = 0{,}196\,\mathtt{atm}$.

(b) $v = 12{,}7\,\mathtt{m\,s}^{-1}$.

E.4.

(a) $v_t = 30{,}2\,\mathtt{m\,s}^{-1}$; como a massa volúmica da água é quase mil vezes superior à do ar a impulsão da gota no ar é muito menor que o seu peso e pode ser ignorada. ($I \ll mg$).

(b) Condição é $v \ll 2{,}8 \times 10^{-2}\,\mathtt{m\,s}^{-1}$. Lei de Stokes não se aplica.

(c) $4{,}5\,\mathtt{m\,s}^{-1}$.

E.5.

(a) $-dE/dt = \gamma_s v^2 = (mg - I)v = 2{,}9 \times 10^{-5}\,\mathtt{W}$. Note-se que se assumirmos o regime de Newton o resultado é o mesmo,

$$-dE/dt = \gamma_N v^3 = (mg - I)v.$$

E.6. $A = mg/(C_D \rho_{\mathtt{ar}} v^2/2) = 21\,\mathtt{m}^2$. (A impulsão no ar é desprezável em comparação com o peso).

E.7.

(a) $v = 1{,}2\,\mathtt{cm\,s}^{-1} = 1{,}2 \times 10^{-2}\,\mathtt{m\,s}^{-1}$.

(b) $\eta = 1{,}5\,\mathtt{Pa\,s}$;

(c) $\eta == 1{,}2\,\mathtt{Pa\,s}$;

(d) $\eta/\rho_f R \approx 0{,}95\,\mathtt{m\,s}^{-1}$. Como a velocidade terminal é da ordem de $0,01\,\mathtt{m\,s}^{-1}$a lei de Stokes é aplicável.

E.1.4 Desafios

—

Apêndice F

Soluções do capítulo 6: oscilações

F.1 Actividades, questões e problemas

F.1.1 Actividades

—

F.1.2 Questões

F.1. —

F.2.

(a) $k = mg/l$.

(b) Não.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{mg/l}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Depende apenas do comprimento do pêndulo e da aceleração da gravidade. Isto acontece porque $k \propto m$: a força restauradora tem uma origem gravítica.

F.3.

(a) $E(0) = ky_0^2/2$; $E(100 \times T) = k(y_0/2)^2/2 = E(0)/4$. O sistema dissipou 3/4 da energia inicial.

F.4. Duas massas marcadas, de 100 g e 200 g oscilam presas a molas idênticas. A massa de 100 g tem uma amplitude de oscilação 1,5 vezes superior à da outra.

(a) A energia total é a energia potencial para o máximo (ou mínimo) de amplitude

$$\begin{aligned} E_1 &= ky_0^2/2 \\ E_2 &= k(1{,}5 \times y_0)^2/2 = 2{,}25 \times E_1. \end{aligned}$$

A massa de 100 g tem uma energia de oscilação mais de duas vezes superior à da outra.

F.5.

(a) A curva de baixo. A cartolina aumenta a força de resistência do ar e deve aumentar a dissipação de energia; a diminuição de energia de oscilação manifesta-se por uma redução de amplitude ao longo do tempo (amortecimento das oscilações).

F.6.

(a) Se a esfera estivesse presa à mola, a configuração inicial, como tem velocidade nula, seria um máximo de elongamento. A esfera descola da mola quando esta passa na configuração de equilíbrio. Enquanto a mola empurra a esfera a equação de movimento é exactamente a mesma que teríamos se os dois corpos estivessem ligados. Logo, o tempo que decorre até a esfera descolar da mola é $T/4$ em que T é o período de oscilação do sistema esfera–mola.

(b) Não, porque T não depende da amplitude de oscilação.

F.7.

(a) Como $T = 2\pi\sqrt{m/k}$, conhecendo T (T é igual ao tempo medido pela estudante a dividir por 20) ela pôde calcular k:

$$k = \frac{4\pi^2}{T^2} \times m.$$

F.1.3 Problemas

F.1.

(a) 4,2 $\mathtt{cm}$.

(b) $k = \rho_a g A = 49{,}3\,\mathtt{N\,m}^{-1}$

(c) $T = 2\pi\sqrt{\rho_m h/(\rho_a g)} = 0{,}41\,\mathtt{s}$.

F.2.

(a) $T = 5\,\mathtt{s}$; $y_0 = 10\,\mathtt{cm} = 0{,}1\,\mathtt{m}$.

(b) $k = 0{,}24\,\mathtt{N\,m}^{-1}$.

(c) $0{,}13\,\mathtt{m\,s}^{-1}$.

F.3.

(a) $T = 2\,\mathtt{s}$.

(b) 0,019 $\mathtt{J}$.

(c)
$$E(20\times T) = (0{,}95)^{20}\times E(0) = 0{,}36\times E(0).$$

.

$$E \propto x_0^2 \Rightarrow x_0(20\times T) = \sqrt{0,36}\times x_0(t=0) = 0{,}6\times x_0(t=0)$$

Logo
$$\mathrm{sen}\theta_0 = 0,6\times \mathrm{sen}(5°) \Rightarrow \theta_0 \approx 3°.$$

F.4.

(a) $14{,}0\,\mathtt{N\,m}^{-1}$.

(b) $15/\sqrt{2} = 10{,}6\,\mathtt{s}$.

F.5.

(a) $y_0 = 0,032\,\mathtt{m} = 3{,}2\,\mathtt{cm}$.

(b) $0{,}24\,\mathtt{N\,m}^{-1}$.

(c) $1{,}2\times 10^{-4}\,\mathtt{J}$.

F.6.

(a) $0,011\,\mathtt{s}$.

(b) $59{,}1\,\mathtt{m\,s}^{-1}$.

F.7.

(a) $k = k_1 + k_2 = 30\,\mathtt{N\,m}^{-1}$.

(b) $\omega = \sqrt{60} = 7{,}75\,\mathtt{s}^{-1}$; $f = 1{,}23\,\mathtt{Hz}$.

(c) Não.

F.8.

(a) $\omega = 2{,}53\,\mathtt{s}^{-1}$; $f = 0{,}40\,\mathtt{Hz}$.

F.9.

(a) $\Delta l = 2x$.

(b) $a_x = -(2k/m)x(t)$.

(c) $k = 2\pi^2 f^2 m_p = 557\,\mathtt{N\,m}^{-1}$.

F.10.

(a) Pode ser

$$
\begin{aligned}
x(t) &= 0{,}1 \cos\left(2t + \frac{3\pi}{2}\right) \\
v_x(t) &= -0{,}2 \times \operatorname{sen}\left(2t + \frac{3\pi}{2}\right)
\end{aligned}
$$

ou

$$
\begin{aligned}
x(t) &= 0{,}1 \times \operatorname{sen}(2t) \\
v_x(t) &= 0{,}2 \times \cos(2t)\,.
\end{aligned}
$$

Apêndice G

Soluções do capítulo 7: sistemas de partículas

G.1 Actividades questões e problemas

G.1.1 Actividades

G.1. —

G.2. —

G.1.2 Questões

G.1. O momento linear total do sistema bala–arma é zero. Quando a bala é disparada, a arma tem que recuar no sentido oposto para que a soma dos dois momentos lineares (bala e arma) continue a ser nula.

G.2. Um dos astronautas deve empurrar o outro em direcção à nave. Se o fizer, começará a afastar-se ainda mais da nave: o centro de massa dos dois astronautas continuará no local onde eles estavam inicialmente. O astronauta lançado em direcção à nave poderá, depois, resgatar o primeiro.

G.3. A de ténis. Se a bola faz ricochete, a variação do seu momento linear é maior do que se continuar a movimentar-se no sentido original: logo a variação de momento do tijolo também é maior. Se a velocidade adquirida pelo tijolo na colisão é maior, é mais provável que ele tombe.

G.4. No centro do anel.

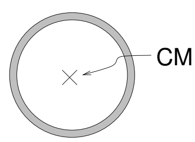


Figura G.1: O centro de massa está no centro do anel.

G.5.

(a) O centro de massa.

(b) A energia potencial gravítica não depende da orientação da cartolina, pois o ponto fixo é o centro de massa. Logo não há força restauradora e a cartolina está em equilíbrio em qualquer posição.

(c) Ver Caixa 7.2.

G.6. (b), (c) e (d).

G.7. (b), (c), (d) e (e).

G.8. (b), (c) e (d).

G.9.

(a) Em (i) a energia cinética total é:

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{100}{3{,}6}\right)^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{2\times 50}{3{,}6}\right)^2 = 2m\left(\frac{50}{3{,}6}\right)^2$$

Em (ii) é:

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{50}{3{,}6}\right)^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{50}{3{,}6}\right)^2 = m\left(\frac{50}{3{,}6}\right)^2$$

Logo a energia cinética no caso (i) é o dobro da de (ii).

(b) Causam os mesmos danos. No caso (i) a energia cinética de translação é

$$\frac{1}{2}(2m)\left(\frac{50}{3{,}6}\right)^2 = m\left(\frac{50}{3{,}6}\right)^2$$

pois a velocidade do centro de massa é $50\,\mathrm{km\,h^{-1}}$. Logo a energia cinética de movimento relativo é também

$$(E_c') = m\left(\frac{50}{3{,}6}\right)^2 .$$

No caso (ii) a velocidade do centro de massa é nula, logo toda a energia cinética é de movimento relativo. A energia dissipada nas duas colisões é a mesma.

G.10. Não tem dimensões pois é uma razão de duas velocidades. O seu valor não depende do sistema de unidades.

G.11. Pode. A direcção do momento linear não se altera na colisão. Se o ângulo θ é inferior a $\pi/4$, a componente do momento linear na direcção de onde vinha B tem que ser superior à componente na direcção de onde veio A. Logo, antes da colisão,

$$m_B v_B > m_A v_A$$

ou

$$v_B > \frac{m_A}{m_B} v_A = 1{,}4 \times v_A$$

Se $v_A = 50\,\mathtt{km\,h}^{-1}$, $v_B > 70\,\mathtt{km\,h}^{-1}$.

G.1.3 Problemas

G.1.

(a) Na linha que une os dois núcleos a $0,046\,\text{Å}$ do núcleo do átomo de Flúor.

(b) Sim. Para o deutério fica a $0,087\,\text{Å}$ do núcleo do átomo de Flúor e para o trítio a $0,125\,\text{Å}$.

G.2. $\Delta E_p = 245\,\mathtt{J}$.

G.3.

(a) $3{,}8 \times 10^3\,\mathtt{N}$, cerca de 5,5 vezes o seu peso.

(b) $1{,}3 \times 10^3\,\mathtt{N}$, cerca de 1,9 vezes o seu peso.

Nota: A força total inclui a força exercida pelo solo e o peso.

G.4. Com o sistema de eixos da figura G.2:

$$\vec{r}_{\mathtt{cm}} = 0{,}1\hat{\imath} + 0{,}15\hat{\jmath}. \quad (\mathtt{cm})$$

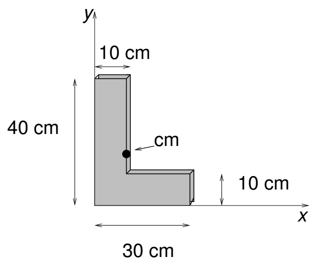


Figura G.2: Centro de massa de um esquadro.

G.5.

(a) $v_{\mathtt{cm}} = 0{,}25\,\mathtt{m\,s}^{-1}$; direcção e sentido da velocidade inicial do carro.

(b) $1{,}56 \times 10^{-2}\,\mathtt{J}$.

(c) $1{,}56 \times 10^{-2}\,\mathtt{J}$.

(d) Zero.

(e) 50%.

G.6.

(a) $I = 2{,}2\,\mathtt{N\,s}$, direcção e sentido da velocidade da bala.

(b) $v = (7{,}4/600) \times 303 = 3{,}74\,\mathtt{m\,s}^{-1}$. Sentido oposto ao da bala.

(c) $3{,}4 \times 10^3\,\mathtt{N}$.

G.7.

(a) $e^2 = (E_c)_f \,/\, (E_c)_i = mgh_f/mgh_i = h_f/h_i$.
$h_f = 1{,}20\,\mathtt{m} \Rightarrow e = 0{,}77$; $h_f = 1{,}65\,\mathtt{m} \Rightarrow e = 0{,}91$.

(b) $h = 1{,}37\,\mathtt{m}$.

G.8.

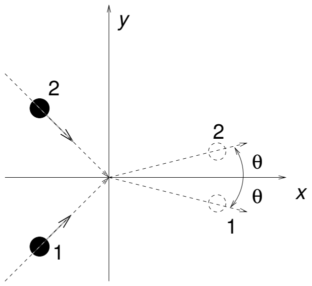


Figura G.3: Colisão entre duas partículas de igual massa

a) Bissectriz da direcção inicial das velocidades das partículas (Eixo Ox na figura G.3).

b) Antes:

$$\vec{p}_{\mathtt{sist}} = \left(mv\frac{\sqrt{2}}{2} + mv\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \hat{\mathbf{i}} = \sqrt{2}mv\hat{\mathbf{i}}.$$

Depois:

$$\vec{p}_{\mathtt{sist}} = \left(mv' \cos\theta + mv' \cos\theta \right) \hat{\mathbf{i}} = 2mv' \cos\theta\hat{\mathbf{i}}$$

Como $\vec{p}_{\mathtt{sist}}$ não varia:

$$\begin{aligned} \sqrt{2}mv &= 2mv' \cos\theta \Rightarrow \sqrt{2}v = 2v' \cos\theta \\ \Rightarrow \frac{v'}{v} &= \frac{\sqrt{2}}{2\cos\theta}. \end{aligned}$$

c) Antes

$$\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = v\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{\mathbf{j}} - \left(-v\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \hat{\mathbf{j}} = v\sqrt{2}\hat{\mathbf{j}}$$

Depois

$$\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = -v'\mathrm{sen}\theta\hat{\mathbf{j}} - v\mathrm{sen}\theta\hat{\mathbf{j}} = -2v'\mathrm{sen}\theta\hat{\mathbf{j}}$$

Logo:

$$e = \frac{2v'\mathrm{sen}\theta}{\sqrt{2}v} = \tan\theta.$$

d) Se $\theta > \pi/4$ o ângulo de cada velocidade com a direcção do centro de massa aumenta com a colisão. Para que a velocidade do centro de massa, igual à projecção da velocidade de cada partícula no eixo Ox, se mantenha, a velocidade das partículas tem que ser maior após a colisão. Há um aumento da energia cinética. Se $\theta \to \pi/2$ a projecção das velocidades das partículas no eixo Ox tende para zero. Mas essa projecção é a velocidade do centro de massa que tem que ter o mesmo valor que antes da colisão. Logo se $\theta \to \pi/2$ temos que ter $v' \to \infty$ para conservar o momento linear.

G.9.

(a) Zero.

(b) $\sqrt{2/9{,}8} = 0{,}45\,\mathtt{s}$.

(c) $677\,\mathtt{m\,s}^{-1}$.

G.10.

(a) —

(b)

$$\begin{aligned} v_1 &= -\frac{v_0}{3}, \\ v_2 &= \frac{2v_0}{3}. \end{aligned}$$

(c) Seria metade, $v_2 = v_0/3$.

G.11.

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{v_0}{3}, \\ v_2 &= \frac{4v_0}{3}. \end{aligned}$$

Apêndice H

Soluções do capítulo 8: gravitação

H.1 Soluções

H.1.1 Actividades

—

H.1.2 Questões

H.1. Imaginemos que a curva é um arco de círculo de raio r. Para se manter na estrada, o carro terá que estar sujeito a uma força dirigida para o centro do círculo, de módulo

$$F_c = m\frac{v^2}{r}.$$

Essa força resulta do atrito entre os pneus do automóvel e o piso da estrada. Mas a força de atrito não excede o valor μN. Se v for demasiado grande, o valor de F_c excede o máximo valor possível da força de atrito. Se a força aplicada, F, for inferior a mv^2/r, o carro tem uma trajectória mais aberta, com raio de curvatura, $R > r$, determinado por

$$F = m\frac{v^2}{R}$$

e despista-se.

H.2. Negativa. Para transferir um satélite para uma distância infinita da Terra com velocidade nula (energia total nula) é necessário realizar trabalho externo sobre ele. Logo a energia numa órbita geo-estacionária é negativa.

H.3. $r^3/T^2 = \left(r^3/T^2\right)_{\mathtt{Terra}} \Rightarrow T^2/T^2_{\mathtt{Terra}} = (r/r_{\mathtt{Terra}})^3 = 8$;
O período é $\sqrt{8}\,$anos $= 2{,}83\,$anos.

H.4. $E_c < E_a < E_b$; no ponto A as três órbitas têm a mesma energia potencial, mas $v_c < v_a < v_b$.

H.5. (a): (ii) ; (v).
(b): (iii); (iv).

H.6. Igual

H.7. (a) A velocidade aumenta, pois, no ponto P, o raio de curvatura de b é maior que o de (a) e a aceleração é a mesma. (b) Tem que aumentar pelas mesmas razões.

H.8. (b), (d) e (e).

H.1.3 Problemas

H.1. $g_{\mathtt{ast}} = 7{,}6 \times 10^{-3}\,\mathtt{m\,s}^{-2}$.

H.2. $g' = GM_T/\left(2R_T\right)^2 = g/4 = 2{,}45\,\mathtt{m\,s}^{-2}$.

H.3. $g_{\text{Lua}} = 1{,}62\,\mathtt{m\,s}^{-2}$;$g_{\text{Marte}} = 3{,}80\,\mathtt{m\,s}^{-2}$; $g_{\text{Jupiter}} = 24{,}9\,\mathtt{m\,s}^{-2}$.

H.4.

(a) Força exercida pelo Sol. $F_s = 5{,}9 \times 10^{-3}\,\mathtt{N}$; Força exercida pela Terra: $P = 9,8\,\mathtt{N}$; $F_s/P = 0{,}6 \times 10^{-3}$.

H.5.

(a) $1{,}68 \times 10^3\,\mathtt{m\,s}^{-1} = 1{,}68\,\mathtt{km\,s}^{-1}$.
(b) $7{,}91 \times 10^3\,\mathtt{m\,s}^{-1} = 7{,}91\,\mathtt{km\,s}^{-1}$.
(c) Lua: $E_p = -2{,}82 \times 10^6\,\mathtt{J}$; $E_{\mathtt{total}} = -1{,}41 \times 10^6\,\mathtt{J}$; Terra: $E_p = -6{,}25 \times 10^7\,\mathtt{J}$; $E_{\mathtt{total}} = -3{,}12 \times 10^7\,\mathtt{J}$.

H.6. $6{,}25 \times 10^7\,\mathtt{J}$.

H.7. $R_f = 4R_T/3$, ou $h = R_T/3 \approx 2{,}1 \times 10^4\,\mathtt{km}$.

H.8.

(a) $h = 3{,}6 \times 10^4\,\mathtt{km}$.

(b) $3{,}08\,\mathtt{km\,s}^{-1}$.

H.9. $2{,}38\,\mathtt{km\,s}^{-1}$.

H.10.

(a) Igual à Terra, $v = 3{,}0 \times 10^4\,\mathtt{m\ \ s}^{-1} = 30\,\mathtt{km\,s}^{-1}$.

(b) Tem que aumentar para $v_f = \sqrt{2}v = 42\,\mathtt{km\,h}^{-1}$.

(c) Aumenta para o dobro, $\Delta E_c = E_c = 3{,}6 \times 10^{11}\,\mathtt{J}$.

H.11. $-2{,}65 \times 10^{33}\,\mathtt{J}$.

H.12.

$$\frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}$$

o que dá

$$\frac{E}{m} = \frac{1}{2}v^2 - \frac{GM}{r} = -\frac{1}{2}\frac{GM}{r}.$$

H.13.

(a) $3{,}11 \times 10^{41}\,\mathtt{kg}$.

(b) $1{,}6 \times 10^{11}\,M_\odot$.

H.14. $2{,}4 \times 10^{-50}\,\mathtt{m} = 2{,}4 \times 10^{-40}$Å. Este valor é 40 ordens de grandeza inferior ao tamanho do átomo!

H.15.

(a) $42{,}3\,\mathtt{rpm}$ (rotações por minuto).

Apêndice I

Soluções do capítulo 9: cargas e campos eléctricos

I.1 Soluções

I.1.1 Actividades

—

I.1.2 Questões

I.1. Sim.

I.2.

a) Pode ser repulsiva ou atractiva. Por exemplo, cargas r e g são atraídas por cargas b e atraem-se mutuamente; duas cargas r são atraídas por b (ou g) e repelem-se.

b) Não. Uma partícula rg é atraída por uma carga b. Mas pode não ser atraída nem repelida por cargas r e g.

I.3.

(a) Sim.

(b) Não: a carga não seria conservada.

I.4. A intensidade do campo não diminui à medida que aumenta a distância à carga.

I.5.

(a) Positivo.

(b) $v = \sqrt{e/2m_e} = 9{,}4 \times 10^5\,\mathtt{m\,s}^{-1}$.

I.6. (a), (c) e (e).

I.7.

(a)

$$V = k_C \frac{+q}{r} + k_c \frac{-q}{r} = 0.$$

r é a distância de um ponto deste plano às duas cargas.

(b) Do lado do plano onde está a carga negativa, a distância à carga positiva r_+ é maior que à negativa, r_-, e

$$V = k_C \frac{+q}{r_+} + k_C \frac{-q}{r_-} < 0$$

pois $1/r_+ < 1/r_-$. Do outro lado do plano, $r_+ < r_-$ e $V > 0$.

I.8.

(a) $75\,\mathtt{V\,m}^{-1}$.

(b) $25\,\mathtt{V\,m}^{-1}$.

I.9. $\Delta V \propto q$, ou seja, $\Delta V = q/C$. Por isso a diferença de potencial aumenta à medida que o condensador carrega; não se mantém constante quando a carga passa de 0 a q. Num gráfico ΔV em função de q a energia potencial é a área debaixo da curva $\Delta V(q)$ ou seja a área de um triângulo de base q e altura ΔV.

I.10. Seja q a carga inicial e C a capacidade de cada um dos condensadores.

(a) Se são idênticos, ficam com cargas iguais. Por conservação de carga, cada placa, de cada condensador, deve ficar com metade da carga inicial, $q/2$ ($-q/2$ na placas negativas).

(b) 0.

(c) Como cada um dos condensadores tem uma carga $q/2$, o campo em cada um é metade do campo original. Por isso ΔV diminui para metade do que era:

$$\Delta V = \frac{1}{2}\frac{q}{C}.$$

Por outro lado, a carga total do conjunto dos dois condensadores não se alterou. Por isso,

$$\Delta V = \frac{q}{C_{\mathtt{eq}}},$$

ou seja,

$$C_{\mathtt{eq}} = 2C.$$

(d) Como as placas ligadas por um fio tem o mesmo potencial, teremos

$$\Delta V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \Delta V_2 = \frac{q_2}{C_2},$$

ou

$$\begin{aligned} q_1 &= C_1\Delta V \\ q_2 &= C_2\Delta V. \end{aligned}$$

Como $q_1 + q_2 = q = C_{\mathtt{eq}}\Delta V$, vem

$$C_{\mathtt{eq}} = C_1 + C_2.$$

Usando $\Delta V = q/C_{\mathtt{eq}}$,

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{C_1}{C_1 + C_2}q \\ q_1 &= \frac{C_2}{C_1 + C_2}q. \end{aligned}$$

I.1.3 Problemas

I.1. $q/e = r\sqrt{4\pi\varepsilon_0 F}/e = 1{,}04 \times 10^{-11}$.

I.2.

(a) 7,2 $\mathtt{eV}$.

(b) $1{,}59 \times 10^6\,\mathtt{m\,s^{-1}}$.

I.3.

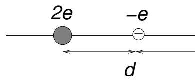


Figura I.1: Onde
o campo eléctric

(a) $x = d/(\sqrt{2} - 1) = (1 + \sqrt{2})d = 4{,}8$.

(b) $d/3 = 0{,}67$ do electrão e $2d/3 = 1{,}33$ da partícula α.

(c) $W = 0$.

I.4. $1{,}0 \times 10^{-8}\,\mathtt{N}$.

I.5.

(a) Dirigida para as outras.

(b) $d_{23} = d_{12}/\sqrt{2} \Rightarrow d_{12}(1 + 1/\sqrt{2}) = 0{,}2 \Rightarrow d_{12} = 12\,\mathtt{cm}$. d_{12} é a distância à carga q_1.

(c) Instável.

I.6. $E_p = 3e^2/4\pi\varepsilon_0 d = 21{,}6\,\mathtt{eV}$.

I.7.

(a) $2{,}1 \times 10^{-6}\,\mathtt{m}$.

(b) $q_1 = 11{,}5 \times 10^{-19}\,\mathtt{C}\quad (t_f = 29\,\mathtt{s})$; $q_2 = 13{,}2 \times 10^{-19}\,\mathtt{C}\quad (t_f = 21{,}8\,\mathtt{s})$; $q_3 = 1{,}49 \times 10^{-19}\,\mathtt{C}\quad (t_f = 17{,}3\,\mathtt{s})$.
$q_2 - q_1 = 1,66 \times 10^{-19}\,\mathtt{C} \approx e$; $q_3 - q_2 = 1,75 \times 10^{-19}\,\mathtt{C} \approx e$.

I.8.

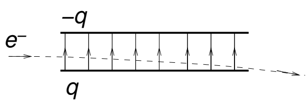


Figura I.2: Qual é o desvio do feixe de electrões?

(a) $\vec{F} = -8 \times 10^{-15}\hat{\jmath}\quad (\mathtt{N})$ (o peso é desprezável face à força eléctrica).

(b) $E_c > 1{,}6 \times 10^{-15}\,\mathtt{J} = 10\,\mathtt{keV}$.

Apêndice J

Soluções do capítulo 10: circuitos, conceitos fundamentais

J.1 Soluções

J.1.1 Actividades

—

J.1.2 Questões

J.1. $I + I_L + I_A = 0$.

J.2.

(a) $6\,\mathtt{V}$.

(b) Circuito (b).

(c) $12\,\mathtt{W}$.

(d) No circuito (b) e num circuito só com uma lâmpada cada lâmpada tem o mesmo brilho. No circuito (a) o brilho de cada lâmpada é menor.

J.3.

(a) A outra lâmpada apaga no caso (c) e fica com o mesmo brilho no caso (b).

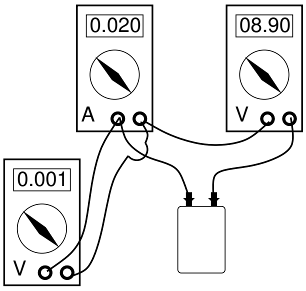


Figura J.1: Qual é potência dissipada no amperímetro?

(b) Passa para metade.

J.4.

(a) $P = 8{,}9 \times 0{,}02 \times 10^{-3} = 17{,}8 \times 10^{-5}\,\mathtt{W}$.

(b) Em paralelo com o amperímetro.

J.1.3 Problemas

J.1. $3{,}75 \times 10^{18}$ `el/min`.

J.2. $\left|\vec{E}\right| = 1{,}72 \times 10^{-4}\,\mathtt{V\,m}^{-1}$.

J.3.

$$n_f = \frac{P}{\epsilon} = \frac{10^{-3} \times 6{,}7 \times 10^{-7}}{6{,}6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}} = 3{,}34\times10^{15} \text{ fotões por segundo.}$$

Apêndice K

Soluções do capítulo 11: circuitos eléctricos

K.1 Soluções

K.1.1 Actividades

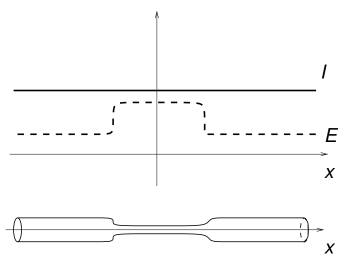
—

K.1.2 Questões

K.1. $I + I_L + I_A = 0$.

K.2. Porque V pode depender de I.

K.3.



K.4.

(a) Não; $V = 3\,\mathsf{V}$ para $I = 0$.

(b) Não; a potência fornecida a este elemento é $P = (V_B - V_A)\, I > 0$; é um receptor, não pode ser uma pilha em descarga.

(c) Sim; pode ser um motor que realiza um trabalho útil de $3\,\mathtt{J}\,\mathtt{C}^{-1}$ e tem uma resistência interna.

(d) Sim; pode ser uma pilha com terminal positivo B e negativo A a carregar (corrente a passar de $B \to A$ no interior da pilha).

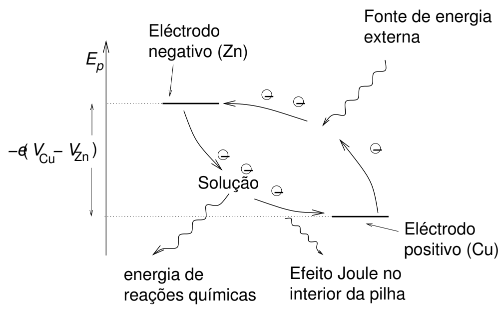
K.5. Podemos medir um comprimento l de fio com a régua; usando o amperímetro e voltímetro medir a respectiva resistência, R; com a balança medimos a massa m do fio e, usando a massa volúmica do Cobre, ρ_V, podemos estimar a área da sua secção, A:

$$m = \rho_V A l \Rightarrow A = \frac{m}{\rho_V l}.$$

A resistividade, ρ, (não confundir com massa volúmica, ρ_V) será dada por

$$\rho = \frac{RA}{l}.$$

K.6.



K.7.

(a) $Cu \to Cu^{2+}(\mathtt{aq}) + 2e$; $Cu^{2+}(\mathtt{aq}) + 2e \to Cu$. Estas duas reacções ocorrem em eléctrodos diferentes; a primeira no terminal de potencial mais baixo a segunda no de potencial mais alto.

(b) Sim.

(c) Não. Não existe modificação da energia de ligação química na célula; só há transferência de massa de um eléctrodo para o outro; a reacção num eléctrodo é a inversa da do outro.

K.1.3 Problemas

K.1.

(a) $R_{\mathtt{int}} = 8{,}75 \times 10^{-3}\,\Omega$.

(b) 2,86 kW.

K.2.

(a) Receptor.

(b) $R_{\mathtt{int}} = 0{,}5\,\Omega$.

(c) 0,5 W.

(d) $VI = 3{,}5\,\mathtt{W}$.

(e) $\eta = 3{,}0/3{,}5 = 0{,}86$, no caso de corrente $I = 1\,\mathtt{A}$. Em geral:

$$\eta(I) = \frac{3{,}0 \times I}{(3{,}0 + 0{,}5 \times I)\, I} = \frac{3{,}0}{3{,}0 + 0{,}5 \times I}.$$

K.3.

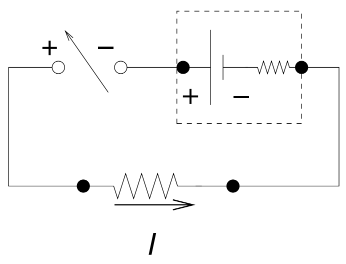
(a) $\varepsilon = 1{,}5\,\mathtt{V}$.

(b) $R_i = 0{,}75\,\Omega$.

(c) $I_{cc} = 2\,\mathtt{A}$.

(d) $0 \leq V \leq 1{,}5$

(e) Com o circuito seguinte é possível que a a diferença de potencial na resistência interna da bateria seja maior que a sua f.e.m e a diferença de potencial nos seus terminais tenha o sinal oposto ao da pilha quando está a fornecer corrente.



K.4. Se o voltímetro indica V existe uma corrente a passar nele dada por $I_V = V/R_V$ em que R_V é a resistência interna do voltímetro. Se o amperímetro marca corrente nula, esta corrente, I_V, é a que passa na pilha. Sendo assim:

$$\varepsilon = \left(1 + \frac{R_i}{R_V}\right) V$$

em que V é a indicação do voltímetro e R_i a resistência interna da pilha.

K.5. $\Delta m_{Zn} = -2{,}45\times10^{-4}\,\mathtt{kg} = -0{,}245\,\mathtt{g}$ (massa diminui); $\Delta m_{Cu} = 2{,}38 \times 10^{-4}\,\mathtt{kg} = -0{,}238\,\mathtt{g}$. Estas massas são muito semelhantes porque as massas molares do Zn e do Cu são próximas (65,4 g e 63,5 g, respectivamente).

Apêndice L

Soluções do capitulo 12 : relatividade

L.1 Actividades, Questões e Problemas

L.1.1 Actividades

L.1. —

L.1.2 Questões

L.1. $v_x = -4\,\mathtt{m\,s}^{-1}$.

L.2. O da invariância da velocidade da luz.

L.3. As equações de Maxwell implicam a existência de ondas electromagnéticas cuja velocidade de propagação, c, é a mesma, independentemente do modo como são produzidas. Esta velocidade pode ser determinada a partir de medições de forças eléctricas e magnéticas. Com a transformação Galileana, a velocidade de uma perturbação é diferente em referenciais em movimento relativo. Logo, as mesmas equações de Maxwell não podem valer em referenciais em movimento relativo. As leis físicas do Electromagnetismo teriam forma diferente em diferentes referenciais.

L.1.3 Problemas

L.1. De $A \to B$, $\Delta t_{A\to B} = 500/1100 = 0{,}455\,\mathtt{h} = 27{,}3\,\mathtt{m}$. De $B \to A$ $\Delta t_{B\to A} = 500/900 = 0{,}556\,\mathtt{h} = 33{,}3\,\mathtt{m}$.

L.2.

(a) Travessia na perpendicular:

$$\begin{aligned} V_y &= v_y \\ V_x &= v_x - u = -u \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V^2 &= V_x^2 + V_y^2 = v_y^2 + u^2 \Rightarrow v_y^2 = V^2 - u^2 = 1 - \frac{1}{4} \\ \Delta t &= \frac{D}{v_y} = \frac{200}{\sqrt{3}/2} = 231\,\mathtt{s} = 3\,\mathtt{m}\,51\,\mathtt{s}. \end{aligned}$$

(b) Travessia de tempo mínimo: como $\vec{v} = \vec{V} + \vec{u}$ e $u_y = 0$, o valor máximo de v_y é $v_y = V = 1\,\mathtt{m\,s}^{-1}$.

$$\Delta t_{\mathtt{min}} = \frac{200}{1} = 200\,\mathtt{s} = 3\,\mathtt{min}\,20\,\mathtt{s}.$$

Como $v_x = -u$, $\Delta x = -u\Delta t = -100\,\mathtt{m}$.

L.3. Como $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0$ no referencial do CM, a solução indicada satisfaz, quer a conservação de momento linear, quer a de energia cinética: $m_1(-\vec{v}_1) + m_2(-\vec{v}_2) = 0$, $|\vec{v}_1|^2 = |-\vec{v}_1|^2$, $|\vec{v}_2|^2 = |-\vec{v}_2|^2$.

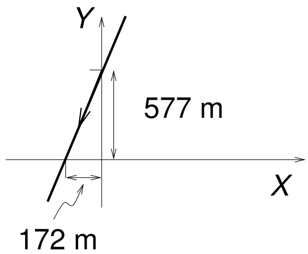
L.4.

(a) Ver soluções do Capítulo 2;

(b) $\vec{R}(T) = \vec{r}(t) - \vec{r}_{O'}(t)$ e $t = T$:

$$\begin{aligned} X(T) &= 27{,}8 \times T - 33{,}7 \times T = -5{,}9 \times T \\ Y(T) &= 577 - 19{,}4T \end{aligned}$$

(c) $V_x = -5{,}9\,\mathtt{m\,s}^{-1}$; $V_y = -19{,}4\,\mathtt{m\,s}^{-1}$.



(d) 172 m

L.5.

(a) A de trás;

(b)
$$L = \sqrt{1 - v^2/c^2}\,l = \frac{\sqrt{7}}{4} l = 132\,\mathtt{m}.$$

(c) Sinal de luz emitido do meio da nave no referencial da nave chega aos extremos ao mesmo tempo. No referencial da estação demora a chegar à frente,

$$cT_1 = \frac{L}{2} + vT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{L/2}{c-v};$$

demora a chegar atrás

$$cT_2 = \frac{L}{2} - vT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{L/2}{c+v};$$

diferença de tempos

$$\begin{aligned} T_1 - T_2 &= \frac{L/2}{c-v} - \frac{L/2}{c+v} = L\frac{v}{c^2 - v^2} \\ &= \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\frac{lv}{c^2}\frac{1}{1 - v^2/c^2} = \frac{lv/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ &= \frac{3l}{\sqrt{7}c} \approx 0{,}76\,\mu\mathtt{s}. \end{aligned}$$

L.6. $L = l\sqrt{1 - v^2/c^2} = 1{,}2\sqrt{5}/3 = 0{,}89\,\mathtt{m}$. A barra de $l = 1\,\mathtt{m}$ é mais comprida.

L.7.

(a) Atrasado: $\Delta T = \sqrt{1 - v^2/c^2}\Delta t \Rightarrow \Delta T < \Delta t$.

(b)

$$\begin{aligned} \Delta T &= \sqrt{1 - v^2/c^2}\Delta t \\ \Delta T &= \Delta t - 5 \end{aligned}$$

Então:

$$\Delta t - 5 = \sqrt{1 - v^2/c^2}\Delta t \Rightarrow \sqrt{1 - v^2/c^2} = 1 - \frac{5}{30} = \frac{5}{6}$$

$$v = \frac{\sqrt{11}}{6}c = 44\,\mathtt{km\,h}^{-1}.$$

(c) No referencial do comboio a distância entre estações é menor que no referencial de Terra. Por isso a viagem demora menos, apesar de a velocidade das estações no referencial do comboio ter o mesmo módulo que a do comboio no referencial de Terra.

L.1.4 Desafios

L.1. $V(\theta) = \sqrt{v_M^2 - u^2 \mathrm{sen}^2\theta} - u\cos\theta.$

Apêndice M

Soluções do capítulo 13: a revolução quântica

M.1 Actividades, Questões e Problemas

M.1.1 Actividades

M.1. —

M.1.2 Questões

M.1.

(a) $\lambda = cT$.

(b) $\omega T = 2\pi$.

M.2. A força coulombiana sobre o electrão passa a ser

$$F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Ze^2}{r^2}$$

Em relação ao átomo de hidrogénio apenas substituímos $e^2 \to Ze^2$. Tudo o resto fica na mesma. Fazendo esta substituição nas expressões de a_o e E_0 obtemos os resultados indicados.

M.3. A de $T = 10\,000\,\mathtt{K}$. A intensidade espectral aumenta com T em *todas* as frequências.

M.1.3 Problemas

M.1.

(a) $P = 3{,}85 \times 10^{26}\,\mathtt{W}$.
(b) $T = (P/A\sigma)^{1/4} = 5{,}78 \times 10^{3}\,\mathtt{K}$.
(c) $\lambda_T = 5{,}02 \times 10^{-7}\,\mathtt{m} = 5{,}02 \times 10^{3}\,\text{Å}$.

M.2.

(a) $\nu \sim 3 \times 10^{16}$ a $3 \times 10^{19}\,\mathtt{Hz}$.
(b) $E = h\nu \sim 1{,}24 \times 10^{3}$ a $1{,}24 \times 10^{5}\,\mathtt{eV}$.

M.3. $\lambda_{\mathtt{max}} = 2{,}63 \times 10^{-7}\,\mathtt{m} = 2{,}63 \times 10^{3}$. Se $\lambda > \lambda_{\mathtt{max}}$, o fotão não tem energia suficiente para permitir ao electrão sair do metal.

M.4.

(a)

$$
\begin{aligned}
R &= \frac{m_e}{4\pi\hbar^3}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 = \frac{9{,}1 \times 10^{-31} \times \left(1{,}6 \times 10^{-19}\right)^4 \times \left(9 \times 10^9\right)^2}{4\pi\,(1.05 \times 10^{-34})^3} \\
&= \frac{9{,}1 \times 1{,}6^4 \times 9^2}{4\pi\,(1.05)^3} \times 10^{-31+102-76+18} = 3{,}3 \times 10^{15}\,\mathtt{Hz}.
\end{aligned}
$$

(b)

$$
\frac{1}{\lambda_{i\to f}} = \frac{R}{c}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = R_H\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)
$$

$$
R_H = 1{,}1 \times 10^{7}\,\mathtt{m}^{-1}.
$$

(c)

$$
\begin{aligned}
\lambda_{3\to 2} &= \frac{36}{5R_H} = 6{,}55 \times 10^{-7}\,\mathtt{m} = 6{,}55 \times 10^{3} \\
\lambda_{4\to 2} &= \frac{16}{3R_H} = 4{,}85 \times 10^{-7}\,\mathtt{m} = 4{,}85 \times 10^{3} \\
\lambda_{5\to 2} &= \frac{100}{21R_H} = 4{,}33 \times 10^{-7}\,\mathtt{m} = 4{,}33 \times 10^{3}
\end{aligned}
$$

M.5.

$$
\begin{aligned}
h\left(\nu - \nu'\right) &= hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) = hc\left(\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda\lambda'}\right) = \frac{h^2}{m_e\lambda\lambda'}\,(1 - \cos\theta) \\
&= 8{,}76\,\mathtt{keV}.
\end{aligned}
$$